

Aufgabe 1: Entwickeln Sie ein Programm, das in den Mustern der Typen C und D aus der Datei lernbeispiele.txt die verrauschten Kurven findet und deren Krümmung in den einzelnen Punkten quantifiziert. Trainieren Sie einen Algorithmus darauf, die Mustertypen anhand dieser Daten zu unterscheiden.

Aufgabe 2: In der Datei kleinemuster.R finden Sie zwei verschiedene Funktionen zum Erzeugen von 8x8-Bitmustern. Trainieren Sie ein vorwärtsgerichtetes neuronales Netz mit einer verdeckten Schicht darauf, aus solchen Mustern vorherzusagen, mit welcher der beiden Funktionen sie generiert wurden. Untersuchen Sie, auf welche Weise das Netz die Mustertypen unterscheidet, indem Sie für die einzelnen Neuronen die Gewichtsvektoren in geeigneter Weise visualisieren.

Aufgabe 3: Es seien Z und X Zufallsvektoren mit Werten in \mathbb{R}^n bzw. \mathbb{R}^m , $\mathbb{E}Z \in \mathbb{R}^n$ und $\mathbb{E}X \in \mathbb{R}^m$ ihre Erwartungsvektoren und $\text{Var}(Z)$ und $\text{Var}(X)$ ihre Kovarianzmatrizen. Für einen Vektor $v \in \mathbb{R}^n$ und eine Matrix $M \in \mathbb{R}^{n \times m}$ gelte $Z = MX + v$. Zeigen Sie, dass folgendes gilt:

$$\mathbb{E}Z = M \cdot \mathbb{E}X + v \quad \text{und} \quad \text{Var}(Z) = M \cdot \text{Var}(X) \cdot M^T$$